

機械力学演習小テスト (20101224) 回答

1. 図に示すように、直列形 n シリンダ機関において、シリンダ中心線方向に x 軸、クランク軸長手方向に z 軸, xz 面に直行する方向に y 軸, クランク軸の中央に原点 O を持つ座標系とする。ピストンクランク機構の i 番目の往復質量を m_i , クランク半径を r_i と接続棒 l_i の比を ρ_i , クランクアームが x 軸となす角を $\theta_i = \theta + \alpha_i$ とし, クランク軸が一定の回転速度 ω で回転するものとする。

- 1-1. この時, 各シリンダに対する往復運動の慣性力の方向と, 総和を求めよ。

ピストンの位置は

$$x_p = r_i \left(1 - \cos \theta_i + \frac{1}{2} \rho_i \sin^2 \theta_i \right) \quad (1)$$

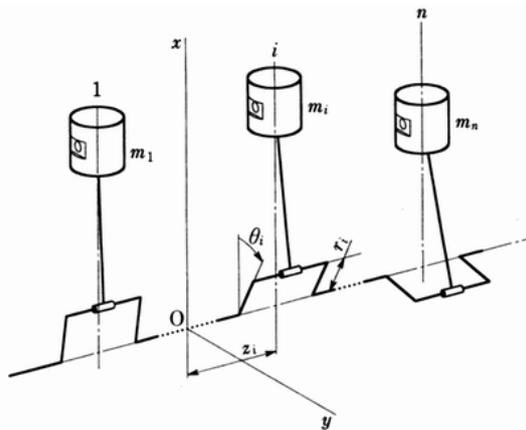
加速度は

$$\ddot{x}_p = r_i \omega^2 \{ \cos(\theta + \alpha_i) + \rho_i \cos 2(\theta + \alpha_i) \} \quad (2)$$

よって, 各シリンダに対する往復運動の慣性力の方向は x 方向のみで, その総和は

$$F_x = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_p \quad (3)$$

- 1-2. 等しいシリンダを持つ直列3シリンダの場合, 1次および2次の慣性力を完全に釣りあわせるためには, クランクの配置をどのようなすればよいか答えよ。



$F_x = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_p = 0$ が成り立つこと。

同じシリンダとするため、 $m_1 = m_2 = m_3$ 、 $r_1 = r_2 = r_3$ 、 $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$

$$\begin{aligned} 0 &= \cos(\theta + \alpha_1) + \cos(\theta + \alpha_2) + \cos(\theta + \alpha_3) \\ &+ \rho_1 \cos 2(\theta + \alpha_1) + \rho_2 \cos 2(\theta + \alpha_2) + \rho_3 \cos 2(\theta + \alpha_3) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} 0 &= (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3) \cos \theta - (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3) \sin \theta \\ &+ \rho_1 \{(\cos 2\alpha_1 + \cos 2\alpha_2 + \cos 2\alpha_3) \cos 2\theta - (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_3) \sin 2\theta\} \end{aligned} \quad (5)$$

θ がいかなる値の場合でも式 (5) が成立すればよい。また $\alpha_1 = 0$ としても一般性は失わないので、

$$0 = 1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 \quad (6)$$

$$0 = \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3 \quad (7)$$

$$0 = 1 + \cos 2\alpha_2 + \cos 2\alpha_3 \quad (8)$$

$$0 = \sin 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_3 \quad (9)$$

この条件を満たすには、 $\alpha_2 = 120^\circ$ 、 $\alpha_3 = 240^\circ$ となる。

つまり、3気筒の場合は、120度間隔にクランクを配置すればよい。