

機械力学 1 回目課題回答

I. (a) 運動エネルギーは、台車とボール 4 個の並進の運動エネルギー T_t と、4 個のボールの O 点周りの回転運動エネルギー T_r の和である。

並進運動の運動エネルギー

$$T_t = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} (16 + 1.6 \times 4) \times 1.2^2 = 16.1J$$

回転運動の運動エネルギー

$$T_r = \frac{1}{2} M(r\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} \times 1.6 \times (0.45 \times \frac{80 \times 2\pi}{60})^2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1.6 \times (0.3 \times \frac{100 \times 2\pi}{60})^2 \times 2 = 38.5J$$

よって運動エネルギーは

$$T = T_t + T_r = 16.1 + 38.5 = 54.6J$$

(b) 台車と 4 つのボールの並進運動

$$(16 + 4 \times 1.6) \times 1.2 = 26.9 \text{ kgm/s}$$

(c) 反時計回りを正方向とすると

$$H_0 = \sum |r \times mv|$$

$$2 \times 1.6 \times 0.45 \times 0.45 \times \frac{80 \times 2\pi}{60} - 2 \times 1.6 \times 0.3 \times 0.3 \times \frac{100 \times 2\pi}{60}$$

II.

ボールが D を飛び出す際の速度を V_1 、 E 点での速度を V_2 とし、エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2} k \delta^2 = \mu_k mg \rho + \frac{1}{2} m V_2^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m V_1^2 + mg \rho = \frac{1}{2} m V_2^2 \quad (2)$$

(1) - (2) より、

$$V_1 = \sqrt{\frac{k}{m} \delta^2 - 2(1 + \mu_k) g \rho} \quad (3)$$

D 点以降のボールの垂直方向位置は、ボールが D 点にある時を時刻 $t = 0$ とすると

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + \rho \quad (4)$$

ボールが D 点より垂直方向に距離 ρ 落ちた時刻 t は式 (3) より

$$t = \sqrt{\frac{2\rho}{g}} \quad (5)$$

時刻 t の時にボールは D 点から x 方向に d 進むので、

$$V_1 t = d \quad (6)$$

式 (3) と (5) から

$$\delta = \sqrt{\frac{d^2 + 4(1 + \mu_k)\rho^2}{2\rho k}} mg \quad (7)$$

ボールが E 点に到達するためには、位置エネルギーが最大となる地点を F とすると、 F 点での速度が 0 より大きい必要がある。

$$\frac{1}{2}k\delta^2 - mg\mu_k\rho - 3mg\rho > 0 \quad (8)$$

(7) を式 (8) に代入すると

$$d > 2\sqrt{2}\rho$$