

機械力学 3 回目課題回答

1.

上下方向の運動方程式

$$m\ddot{x} = F_1 + F_2 \quad (1)$$

ピッチ方向の

$$J\ddot{\theta} = F_1 l_1 + F_2 l_2 \quad (2)$$

バネのたわみ

$$x + l_1 \theta \quad (3)$$

$$x - l_2 \theta \quad (4)$$

バネの反力

$$F_1 = -k_1(x + l_1 \theta) \quad (5)$$

$$F_2 = -k_2(x - l_2 \theta) \quad (6)$$

よって、上下方向の並進運動は、

$$m\ddot{x} = -k_1(x + l_1 \theta) - k_2(x - l_2 \theta) \quad \rightarrow \quad m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x + (k_1 l_1 - k_2 l_2)\theta = 0$$

ピッチ方向の回転運動は、

$$J\ddot{\theta} = -k_1(x + l_1 \theta)l_1 - k_2(x - l_2 \theta)l_2 \quad \rightarrow \quad J\ddot{\theta} + (k_1 l_1 + k_2 l_2)x + (k_1 l_1^2 - k_2 l_2^2)\theta = 0$$

2.

(2-1)

ピストンの位置は

$$x_p = r_i \left(1 - \cos \theta_i + \frac{1}{2} \rho_i \sin^2 \theta_i \right) \quad (1)$$

加速度は

$$\ddot{x}_p = r_i \omega^2 \{ \cos(\theta + \alpha_i) + \rho_i \cos 2(\theta + \alpha_i) \} \quad (2)$$

よって、各シリンダに対する往復運動の慣性力の方向は x 方向のみで、その総和は

$$F_x = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_p \quad (3)$$

(2-2)

$$F_x = \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_p = 0 \text{ が成り立つこと。}$$

同じシリンダとするため、 $m_1 = m_2 = m_3$ 、 $r_1 = r_2 = r_3$ 、 $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$

$$0 = \cos(\theta + \alpha_1) + \cos(\theta + \alpha_2) + \cos(\theta + \alpha_3) \quad (4)$$

$$+ \rho_1 \cos 2(\theta + \alpha_1) + \rho_2 \cos 2(\theta + \alpha_2) + \rho_3 \cos 2(\theta + \alpha_3)$$

$$0 = (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3) \cos \theta - (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3) \sin \theta \quad (5)$$

$$+ \rho_1 \{(\cos 2\alpha_1 + \cos 2\alpha_2 + \cos 2\alpha_3) \cos 2\theta - (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_3) \sin 2\theta\}$$

θ がいかなる値の場合でも式(5)が成立すればよい。また $\alpha_1 = 0$ としても一般性は失わないので、

$$0 = 1 + \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 \quad (6)$$

$$0 = \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3 \quad (7)$$

$$0 = 1 + \cos 2\alpha_2 + \cos 2\alpha_3 \quad (8)$$

$$0 = \sin 2\alpha_2 + \sin 2\alpha_3 \quad (9)$$

この条件を満たすには、 $\alpha_2 = 120^\circ, \alpha_3 = 240^\circ$ となる。

つまり、3気筒の場合は、120度間隔にクランクを配置すればよい。