

## 機械力学 4 回目課題回答

剛体ばりの重心  $G$  の座標を  $(x_G, y_G)$ , 重心まわりの慣性モーメントを  $J$  と置くと,

$$(x_G, y_G) = (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2, l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2) \quad (1)$$

重心の速度は

$$(\dot{x}_G, \dot{y}_G) = (l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2, -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \quad (2)$$

運動エネルギー  $T$  は,

$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2) + \frac{J}{2} \dot{\theta}_2^2 = \frac{m}{2} \{ l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \} + \frac{J}{2} \dot{\theta}_2^2 \quad (3)$$

ここで,  $J = mk^2, k^2 = \frac{3a^2 + 4l_2^2}{12}$

重力のポテンシャルエネルギー  $U$  は,

$$U = (-l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2) mg \quad (4)$$

ここで, 非保存力である外力  $f(t)$  の作用点の  $x$  座標は,

$$x = l_1 \sin \theta_1 + 2l_2 \sin \theta_2, \quad \delta x = l_1 \delta \theta_1 \cos \theta_1 + 2l_2 \delta \theta_2 \cos \theta_2$$

外力  $f(t)$  がなす仕事は,

$$\delta W_{nc} = f(t) \delta x = \{ l_1 f(t) \cos \theta_1 \} \delta \theta_1 + \{ 2l_2 f(t) \cos \theta_2 \} \delta \theta_2 = Q_{\theta_1}^{nc} \delta \theta_1 + Q_{\theta_2}^{nc} \delta \theta_2 \quad (5)$$

よって一般化力は,

$$Q_{\theta_1}^{nc} \delta \theta_1 = l_1 f(t) \cos \theta_1 \quad Q_{\theta_2}^{nc} \delta \theta_2 = 2l_2 f(t) \cos \theta_2 \quad (6)$$

ラグランジュの運動方程式は,

$$ml_1^2 \ddot{\theta}_1 + ml_1 l_2 \{ \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \} + mgl_1 \sin \theta_1 = l_1 f(t) \cos \theta_1 \quad (7)$$

$$m(l_2^2 + k^2) \ddot{\theta}_2 + ml_1 l_2 \{ \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \} + mgl_2 \sin \theta_2 = 2l_2 f(t) \cos \theta_2 \quad (8)$$